

Online-Tagung des AKs Hochschulmathematikdidaktik

17.11.2023

Virtueller Raum

<https://ovgu.zoom.us/j/66112945650>

Meeting-ID: 661 1294 5650 Kenncode: 469754

Ablauf

09:00 Uhr – 09:10 Uhr		Begrüßung durch AK-Sprecherteam
09:10 Uhr – 09:50 Uhr	Dr. Birte J. Specht, Dr. Carolin Danzer (Universität Oldenburg)	Mathematik und Bildung für nachhaltige Entwicklung – Bestandsaufnahme unter Lehramtsstudierenden
09:55 Uhr – 10:35 Uhr	Theresa Scholl Justus-Liebig- (Universität Gießen)	Lehramtsstudierende philosophieren über das Haus der Vierecke: Ein Beitrag zu Begriffs- bildungsprozessen
10:45 Uhr – 11:25 Uhr	Nina Utsch Justus-Liebig- (Universität Gießen)	Vernetzungen von Definition, graphischer Darstellung und Vorstellung – Eine Praktik der Aufgabenbearbeitung von Lehramts- studierenden in der Analysis I
<i>Mittagspause</i>		
12:30 Uhr – 13:10 Uhr	Lisa Eggerichs (FU Berlin)	Forschung zu Strategien in mathematischen Begründungssituationen von Studierenden im Bachelorstudiengang Grundschulpädagogik an der Freien Universität Berlin. Erarbeitung einer theoretisch fundierten und empirisch ergänz- ten Kollektion mit Hilfe des Lauten Denkens
13:15 Uhr – 13:55 Uhr	Lidia Feil (Universität Marburg)	Beispielnutzung von Studierenden beim Beweisen oder Widerlegen von Aussagen
14:00 Uhr – 14:40 Uhr		Diskussion: hochschulmathematisches Thema
14:40 Uhr – 15:15 Uhr		Präsentation & Abschluss

Wir freuen uns auf eine spannende Diskussion!

AK-Sprecherteam: Christine Bescherer, Angela Schmitz, Stefanie Rach

Abstracts der Vorträge

Dr. Birte J. Specht, Dr. Carolin Danzer (Universität Oldenburg)

Mathematik und Bildung für nachhaltige Entwicklung – Bestandsaufnahme unter Lehramtsstudierenden

Die Folgen der Klimakrise und damit die Bedeutung von Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) rücken immer deutlicher in den Vordergrund. Sowohl auf Bundesebene durch den *Orientierungsrahmen Globale Entwicklung* (KMK / BMZ 2016) als auch zum Teil auf Länderebene (u.a. *BNE-Erlass in Niedersachsen*, Niedersächsisches Kultusministerium 2021) wird die Umsetzung von BNE in der Schule angeregt bzw. vorgegeben. Mathematik als Grundlagenfach kann einen wesentlichen Beitrag dazu leisten, indem das inhaltliche Verständnis und die fundierte Bewertung von wissenschaftlichen Daten und Prognosen unterstützt werden. Ein langfristiger, aber nachhaltiger Ansatzpunkt für Veränderungen im Unterricht ist hierbei die Anreicherung der Bildung angehender Lehrkräfte, um diese zu befähigen, BNE sinnstiftend in den Mathematikunterricht zu integrieren. Diesbezüglich soll die vorliegende Studie eine Grundlage schaffen.

Ziel der Untersuchung ist die Erfassung der derzeitigen Ausgangslage angehender Mathematiklehrkräfte im Bereich BNE. Im Rahmen einer empirischen Forschung sind im Juni 2023 zweiteilig Daten von 131 Studierenden erhoben worden. Der erste Teil umfasste einen Fragebogen zu Vorwissen, Erfahrungen, Einstellungen und Bewertungen von BNE im Mathematikunterricht. Der zweite Teil bestand aus einer Hausaufgabe, bei der die Studierenden sich mathematikdidaktisch unter Einbezug der Nachhaltigkeitsziele der Vereinten Nationen mit einem von zwei vorgegebenen Zeitungsartikeln zu Umweltveränderungen auseinandersetzen sollten.

Im Vortrag werden Einblicke in erste Ergebnisse der Studie gegeben und daran anknüpfende Forschungsdesiderata zur Diskussion gestellt. Davon ausgehend soll ein Austausch über universitäre Implikationen sowie Implementierungsmöglichkeiten von BNE im Mathematiklehramtsstudium angeregt werden.

KMK / BMZ (Hrsg.) (2016). *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Cornelsen.

Niedersächsisches Kultusministerium (2021). *Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) an öffentlichen allgemeinbildenden und berufsbildenden Schulen sowie Schulen in freier Trägerschaft*.

https://www.mk.niedersachsen.de/startseite/schule/schulerinnen_und_schuler_eltern/bildung_fur_nachhaltige_entwicklung_bne/bildung-fuer-nachhaltige-entwicklung-bne-90480.html

Theresa Scholl (Justus-Liebig-Universität Gießen)

Lehramtsstudierende philosophieren über das Haus der Vierecke:

Ein Beitrag zu Begriffsbildungsprozessen

Lehramtsstudierende haben häufig Schwierigkeiten mit dem Schulstoff der Geometrie und dabei insbesondere beim Ordnen der Vierecke in ein Haus der Vierecke, da dies in den universitären Veranstaltungen naturgemäß nicht wiederholt wird. Um diese Probleme anzugehen, wurde ein Lernmodul für Studierende entwickelt, welches den geometrischen Schulstoff und vor allem das Haus der Vierecke wiederholt. In diesem Lernmodul sind Aufträge zum Philosophieren über die Definitionen und die Ordnung der Vierecke eingebunden. Hierbei geht es insbesondere um hierarchische und partitionale Klassifikationen von Vierecken im Alltag und in der Mathematik. In meinem Forschungsprojekt wird untersucht, welche Begriffsbildungsprozesse die Aufträge zum Philosophieren bei den Studierenden anregen und welche Schwierigkeiten die Studierenden beim Ordnen der Vierecke in ein Haus der Vierecke äußern. Im Vortrag werden die bisherigen Auswertungsschritte vorgestellt und dabei Einblicke in die Daten gegeben.

Vernetzungen von Definition, graphischer Darstellung und Vorstellung

– Eine Praktik der Aufgabenbearbeitung von Lehramtsstudierenden in der Analysis I

In einer an der JLU Gießen durchgeführten Studie mit 26 Lehramtsstudierenden wurde untersucht, welche Vernetzung von Concept Image und Concept Definition in Aufgabenbearbeitungen zur Folgenkonvergenz sichtbar werden (vgl. Tall & Vinner, 1981). Dabei haben sich verschiedene Praktiken identifizieren lassen, die auf eine solche Vernetzung hinweisen. Mit Praktiken sind keine einzelnen, individuellen Aktivitäten gemeint, sondern ein umfassenderes, in der Untersuchungsgruppe geteiltes und routiniertes Bündel von Aktivitäten (Reckwitz, 2003).

Im Vortrag wird als Forschungsergebnis eine von den Studierenden besonders aktivierte Praktik der Vernetzung von Concept Image und Concept Definition thematisiert: Die Vernetzung der Definition mit graphischen Darstellungen und Vorstellungen. Diese Praktik wird in insgesamt 20 Aufgabenbearbeitungen von 14 Studierenden sichtbar. Auffällig ist unter anderem, dass die Studierenden bei der Arbeit mit der Definition besonders häufig eine Umgebungsvorstellung, also eine der drei von Greefrath et al. (2016) beschriebenen Grundvorstellungen zu Grenzwerten, zeigen. Welche weiteren Vorstellungen die Lernenden zeigen, und inwiefern diese mit der Definition vernetzt werden, wird im Vortrag mit Bezug zu ausgewählten Transkriptausschnitten analysiert. Des Weiteren wird darauf eingegangen, welche graphischen Darstellungen erstellt werden und wie diese von den Studierenden genutzt werden. Im Fokus soll die Frage stehen, inwiefern sich die Arbeit mit der Definition, das Erstellen einer graphischen Darstellung und das Einbringen von Vorstellungen bei der Aufgabenbearbeitung gegenseitig beeinflussen. Abschließend wird aufgezeigt, wie die hier identifizierte Praktik in Analysis-1-Veranstaltungen berücksichtigt werden kann, und es werden Ideen für die Lehrpraxis vorgeschlagen. Es wird außerdem ein Überblick über die weiteren identifizierten Praktiken gegeben. Der Forschungsprozess meiner Dissertation zur Identifizierung der Praktiken wird im Vortrag dargestellt: Zunächst wurde die Theorie von Concept Image und Concept Definition adaptiert und unter anderem die Concept Definition um weitere formale Handlungen wie das deduktive Schließen mit Sätzen ergänzt (Utsch & Lengnink, in Druck). Es wurde eine qualitative Studie durchgeführt, in der 26 Lehramtsstudierende gebeten wurden, vier Aufgaben zur Folgenkonvergenz mit der Methode des lauten Denkens zu bearbeiten. Das Vorgehen und die Aufgaben werden im Beitrag vorgestellt.

Zur Auswertung der Aufgabenbearbeitungsprozesse wurde zuerst eine strukturierende qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) durchgeführt und das Konzept der *Prozessmatrizen* eingeführt, welches im Vortrag als Instrument der Analyse erläutert wird (siehe Abbildung 1). Die Prozessmatrizen können Hinweise geben, ob das Concept Image der Studierenden während der Bearbeitung mit der Concept Definition vernetzt wurde. In Abbildung 1 zeigt sich beispielsweise, dass die Kategorien Vorstellungen, Graphische Darstellung und Definition zu Beginn gleichzeitig codiert wurden, was auf ein Zusammenspiel von Concept Image und Concept Definition hinweist. Durch den Vergleich der Prozessmatrizen verschiedener Studierender zu unterschiedlichen Aufgaben konnten mögliche Praktiken der Aufgabenbearbeitung herausgearbeitet werden, die auf eine Vernetzung von Concept Image und Concept Definition hinweisen.

Um diese möglichen Praktiken inhaltlich beschreiben zu können und um zu analysieren, ob tatsächlich Concept Image und Concept Definition vernetzt werden, wurden im Rahmen einer sich anschließenden Detailanalyse ausgewählte Transkripte interpretiert. Die inhaltliche Beschreibung der Praktik im Vortrag wird durch die gemeinsame Deutung der Transkripte mit mehreren Forschenden gestützt.

Student 19		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Vorstellung	Annäherungsvorstellung				1															
	Umgebungsvorstellung				1	1	1													
	Grenzwert als Schranke																			
	Grenzwert als letztes Folgenglied																			
	Grenzwert darf nicht angenommen werden																			
	"nach jedem Punkt immer weiter annähern"-Vorst.																			
	"im Unendlichen"-Vorstellung																			
	Abstandsvorstellung																			
Mentale Bilder																				
Verwandte Begriffe																				
Beispiele																				
Eigenschaften																				
Graphische Darstellung			1	1	1	1	1													
Numerische Darstellung																				
Begriffsverwendung																				
Umgang mit Quantoren, Symbolen und algebraischen Ausdrücken											1	1	1	1						1
Mathematische Sätze	Suche nach oder Frage zu einem Satz																			
	Nennen eines Satzes																			
Definition verwandter Begriffe																				
Definition von Folgenkonvergenz	Frage zur Definition																			
	Nachlesen der Definition							1									1			
	Verwenden von einzelnen formalen Elementen oder Teilen der Definition				1	1	1			1	1							1	1	
	Diagrammatisches Schließen mit Bezug zur Def.												1	1	1					

Abb. 1: Prozessmatrix von Student 19 zu Aufgabe 3

Zusammenfassend werden in meinem Vortrag sowohl die Prozessmatrizen als Analyseinstrument zur Erfassung von Arbeitsprozessen als auch die damit identifizierten Praktiken der Vernetzung von Concept Image und Concept Definition als Forschungsergebnisse präsentiert und diskutiert.

- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. 12., überarbeitete Auflage. Beltz Verlag. http://ebooks.ciando.com/book/index.cfm/bok_id/1875625
- Reckwitz, A. (2003). Grundelemente einer Theorie sozialer Praktiken. Eine sozialtheoretische Perspektive. *Zeitschrift für Soziologie*, 32 (4), 282–301. <https://doi.org/10.1515/zfsoz-2003-0401>
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Utsch, N. & Lengnink, K. (in Druck). Prozesspfade zur Analyse des Zusammenspiels von Concept Image und Concept Definition in Studierendenbearbeitungen zur Folgenkonvergenz. In: C. Bescherer & M. Zimmermann: Beiträge zum gleichnamigen Symposium am 15. & 16. November 2019 an der PH Ludwigsburg.

Lisa Eggerichs (FU Berlin)

Forschung zu Strategien in mathematischen Begründungssituationen von Studierenden im Bachelorstudiengang Grundschulpädagogik an der Freien Universität Berlin. Erarbeitung einer theoretisch fundierten und empirisch ergänzten Kollektion mit Hilfe des Lauten Denkens.

Beweisen als ‚Heartbeat of Mathematics‘ (Davis & Hersh, 1981) bietet als zentrale Tätigkeit der Fachmathematik eine Grundlage für die Gestaltung von Mathematikunterricht, wird damit zum Themenfeld in didaktischen Perspektiven (Hanna, 1990; Niss, 2002) und auch zentrales Thema im Grundschullehrstudium.

Das Promotionsprojekt adressiert die Forschungsfrage: *Welche Strategien werden genutzt, um eine allgemeingültige Begründung eines mathematischen Satzes zu erstellen?* Dazu wird zunächst die bereits vorhandene Literatur (u.a. Stein, 1986; Boero, 1999; Kirsten, 2021; Balacheff, 1988; Wittmann & Müller, 1988; Harel & Sowder, 1998; Brunner, 2013;2014; Padberg & Büchter, 2015; Knipping, 2003; Toulmin, 2012; Reid & Knipping, 2010) analysiert, synthetisiert und potenziell mögliche Strategien abgeleitet. Im zweiten und empirischen Teil der Arbeit werden mit Hilfe des Lauten Denkens Strategien von Grundschullehrstudierenden der FU Berlin nach Besuch des Moduls ‚Mathematisches Professionswissen I‘ erhoben und mit Hilfe der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Schreier (2012;2014) ausgewertet. Im Ergebnis steht eine Kollektion an theoretisch abgeleiteten Strategien, die empirisch ergänzt werden. Es wurde außerdem sichtbar, dass nicht alle Strategien, die theoretisch abgeleitet werden können, genutzt werden, einige aber schon. Des Weiteren ließ sich eine Betonung von Strategien, die dem Verstehen der Aufgabenstellung und der Konstruktion und Verknüpfung von Argumenten dienen, beobachten. Strategien mit dem Ziel mit der Lerngruppe oder der mathematischen Community in Kontakt zu treten, wurden jedoch kaum genutzt.

Balacheff, N. (1988). Aspects of Proof in Pupils Practice of Schools in Mathematics. In D. Pimm, *Mathematics, Teachers, and Children* (S.216–235). Hodder and Stoughton.

Boero,P. (Juli/ August,1999): *Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship. Lettre de la preuve*. Dipartimento di Matematica, Università di Genova.
<http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeUK.html>

Brunner, E. (2013). *Innermathematisches Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I: Mögliche Erklärungen für systematische Bearbeitungsunterschiede und leistungsförderliche Aspekte*. Waxmann.

Brunner, E. (2014). *Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen*. Springer Verlag.

Davis, R.B. & Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. Birkhäuser.

- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In J.J. Kaput; A.H. Schoenfeld & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education* (S.234–294). American Mathematical Society; Mathematical Association of America.
- Hanna, G. (1990). A Brief Overview of Proof, Explanation, Exploration and Modelling. In H.–W. Henn & G. Kaiser (Eds.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation* (S.139–151). Div Verlag Franzbecker.
- Kirsten, K. (2021). *Beweisprozesse von Studierenden*. Springer Fachmedien Wiesbaden
- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis: Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Franzbecker.
- Niss, M.A. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project*. <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Padberg, F. & Büchter, A. (2015). *Einführung in die Mathematik Primarstufe – Arithmetik*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Reid, A. & Knipping, K. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning and teaching*. Sense Publishers.
- Schreier, M. (2012). *Qualitative Content Analysis in Practice*. SAGE.

Lidia Feil (Universität Marburg)

Beispielnutzung von Studierenden beim Beweisen oder Widerlegen von Aussagen

Im Allgemeinen reicht ein Beispiel nicht aus, um eine mathematische Aussage zu beweisen oder zu widerlegen. Bei wahren Existenzaussagen oder bei falschen Allaussagen jedoch genügt in der Tat die Angabe eines Beispiels. Unklar ist bisher, in welchem Maße Studienanfänger:innen die Möglichkeit nutzen, in solchen Situationen mit einem Beispiel eine Aussage zu beweisen bzw. zu widerlegen.

Im Vortrag wird eine Interview-Studie vorgestellt, in der Mathematik-Studienanfänger:innen jeweils zwei Aussagen bearbeitet haben, von denen die eine mit einem Beispiel verifiziert, die andere mit einem Gegenbeispiel falsifiziert werden konnte. Beide Aussagen enthielten mehrere Variablen, die verschieden stark konkretisiert werden konnten. Die Ergebnisse zeigen, wie die Studierenden den Konkretisierungsgrad im Verlauf des Beweisprozesses verändert haben. Zudem wird der Beweisprozess in Zusammenhang mit der Qualität des Beweisproduktes gebracht.